Приложение 2 к РПД
Математический анализ
01.03.02 Прикладная математика и информатика
Направленность (профиль)
Системное программирование
и компьютерные технологии
Форма обучения – очная
Год набора – 2023

ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

1. Общие сведения

1.	Кафедра	Математики, физики и информационных технологий
2.	Направление подготовки	01.03.02 Прикладная математика и информатика
3.	Направленность (профиль)	Системное программирование и компьютерные технологии
4.	Дисциплина (модуль)	Б1.О.14.03 Математический анализ
5.	Форма обучения	очная
6.	Год набора	2023

2. Перечень компетенций

– **ОПК-1**: Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности

3. Критерии и показатели оценивания компетенций на различных этапах их формирования

Этапы формирования компетенций (разделы, темы дисциплины)	Формируемая компетенция	Критерии и показатели оценивания компетенций			Формы контроля сформированности компетенций
		Знать:	**Уметь:**	**Владеть:**	
1.Основные структуры элементарной математики	ОПК-1	основные объекты элементарной математики, их характеристики и свойства; приемы преобразования числовых, алгебраических и трансцендентных выражений; основные методы решений уравнений, неравенств и систем;	делать точные и приближенные вычисления; составлять математические модели несложных текстовых задач; проводить доказательства утверждений методом математической индукции;	первоначальными представлениями об идеях и методах математики как универсальном языке науки и техники понятийным аппаратом основных структур элементарной математики	Вводная самостоятельная работа, самостоятельные работы (СР) №№ 1-2, контрольное домашнее задание (КДЗ) № 1 с защитой в аудитории.
2.Введение в математический анализ	ОПК-1	основные понятия теории множеств; числовые функции, их характеристики и графики; комплексные числа и арифметические действия над ними;	проводить доказательства основных теоретических фактов с использованием математической символики; решать алгебраические уравнения на множестве комплексных чисел	понятийным аппаратом теории множеств; методами анализа свойств числовых функций и построения их графиков; способами представления комплексных чисел	СР №№ 3-4, КР № 1, КДЗ № 2, коллоквиум №1
3.Пределы и непрерывность функций одной переменной (ФОП)	ОПК-1	определения ключевых понятий: предел числовой последовательности, предел ФОП в точке, точка сгущения множества, бесконечно малая, бесконечно большая и локально ограниченная функция, непрерывная ФОП ; основные теоремы о предельных поведениях ФОП и о непрерывных функциях в точке и на отрезке; признаки существования предела функции; замечательные пределы; сравнение бесконечно малых функций;	читать по графику предельное поведение ФОП в различных точках сгущения ее области задания; находить значения предела функции в точке по основным теоремам о предельных поведениях функций; раскрывать различные неопределенности, в том числе с помощью замечательных пределов и заменой эквивалентных бесконечно малых; исследовать непрерывность ФОП, заданных аналитически;	различными формулировками определений ключевых понятий, понимать их эквивалентности; способами доказательства основных теорем и свойств; умением записывать определения и утверждения, используя математическую символику; способностью иллюстри- ровать графически значение предела ФОП в точке; компьютерными программами для построения графиков ФОП;	СР №№ 5-6, КР № 2, коллоквиум № 2
4.Дифференциальное исчисление ФОП и его основные приложения	ОПК-1	определения ключевых понятий: производная, дифференциал, правила дифференцирования, таблица производных ФОП; геометрическая трактовка и физический смысл производ-ной и дифференциала; - основные теоремы о дифференцируемых	проводить практическое дифференцирование функций, имеющих явное, неявное или параметрическое задание; использовать правило Лопиталя для вычисления пределов;	методами вывода правил дифференцирова-ния и табличных производных ФОП, доказательствами теорем и свойств о дифференцируемых ФОП; навыками математического	СР №№ 7-8, КДЗ № 3

Этапы формирования компетенций (разделы, темы дисциплины)	Формируемая компетенция	Критерии и показатели оценивания компетенций			Формы контроля сформированности компетенций
		Знать:	Уметь:	Владеть:	
		ФОП; определение гладкой функции и её свойства; асимптотическое поведение функции; связь свойств монотонности, выпуклости/вогнутости, локальных экстремумов и точек перегиба функции со значениями её производных; аппроксимацию ФОП по формуле Тейлора;	проводить исследование свойств ФОП, используя её производные; решать текстовые, физичес-кие или геометрические задачи, моделируемые функциями одной переменной; строить многочлен Тейлора для некоторых несложных функций, наблюдать на графиках и описывать смысл аппроксимации;	моделирования задач на экстремальные значения, задач физики или геометрии; расчетной частью материала, относящегося к вектор-функции скалярного аргумента; навыками работы с компьютерной обучающей программой «Исследование функций и построение графиков»; опытом работы в малых группах;	
5.Интегральное исчисление ФОП	ОПК-1	определения ключевых понятий: первообразная ФОП, неопределённый интеграл, определенный интеграл Римана, несобственные интегралы первого и второго рода, интегралы с параметрами – и их свойства; геометрические трактовки определенного интеграла и несобственных интегралов; -основные классы функций, интегрируемых по Риману; основные приемы интегрирования ФОП; общую методику приложений интегрального исчисления;	проводить практическое интегрирование функций, в том числе с использованием прикладных математических пакетов; применять методику приложений интегрального исчисления к решению задач геометрии и физики; провести интерпретацию решения прикладной задачи и обоснование его достоверности или правдоподобности; провести доказательство основных свойств определенного интеграла на основании его определения как конечного предела интегральных сумм Римана;	различными подходами к построению теории интегрального исчисления; методами обоснования утверждений, теорем и свойств, используя, в том числе, геометрические интерпретации; критериями определения прикладной задачи, которую можно решить с помощью интегрального исчисления; навыками работы с компьютерной обучающей программой «Неопределенные интегралы»; опытом работы в малых группах;	СР № 9, КДЗ № 4, коллоквиум № 3, экзамен
6.Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных (ФНП)	ОПК-1	определения ключевых понятий: частные производные, полный дифференциал, дифференцируемая ФНП; связь полного дифференциала с полным приращением и значение этой связи для приложений; дифференцирование сложных ФНП, понятие полной производной; -постановку и идею решения экстремальных задач для функции двух переменных;	практически находить частные производные, понимать их смысл и использовать в решении задач; применять полные дифференциалы для вывода формул, по которым вычисляются абсолютная и относительная погрешности расчетных выражений; построить алгоритм решения и	пониманием теории ФНП как обобщением теории ФОП; методами обоснования утверждений и теорем, характерных сугубо для ФНП; простейшими элементами дифференциальной геометрии поверхностей, уметь их построить, в том числе с использованием компьютерных программ;	СР № 10, КДЗ № 6, экзамен

Этапы формирования компетенций (разделы, темы дисциплины)	Формируемая компетенция	Критерии и показатели оценивания компетенций			Формы контроля сформированности компетенций
		Знать:	Уметь:	Владеть:	
		трактовку ФНП как скалярного поля, понятия линий и поверхностей уровня, производной по направлению и градиента;	провести его реализацию в задаче на глобальный экстремум функции двух переменных, заданной на компакте, и в задаче на условный экстремум такой же функции; найти характеристики скалярного поля, провести их геометрическую интерпретацию и описание смысла;	алгоритмом построения многочлена Тейлора для функции двух переменных; опытом реализации метода наименьших квадратов в задаче обработки экспериментальных данных;	
7.Интегральное исчисление ФНП. Элементы векторного анализа	ОПК-1	определения ключевых понятий: двойной интеграл, тройной интеграл, криволинейные интегралы первого и второго рода, интегралы по поверхности первого и второго рода – их основные свойства, физические трактовки, алгоритмы вычисления и основные приложения; основные элементы теории векторных полей как важную сферу приложений интегралов от ФНП; связь между различными интегралами по формулам Грина, Остроградского-Гаусса и Стокса; дифференциальный векторный оператор Гамильтона и правила работы с ним; формулу замены переменных кратных интегралах;	проводить вычисление значений интегралов от ФНП, в том числе с использованием прикладных математических пакетов; использовать различные системы координат для упрощения вычислений; применять общую методику приложений интегрального исчисления и выводить расчетные формулы в решениях задач геометрии и физики; находить основные характеристики векторных полей и объяснять смысл их значений; использовать формулы Грина, Остроградского-Гаусса и Стокса для упрощения в вычислениях интегралов от ФНП или для проверки их значений; работать с оператором «набла»;	пониманием аналогии и различий в построении интегрального исчисления от ФОП и от ФНП; обоснованием основных свойств интегралов от ФНП, аналогичных интегралу Римана от ФОП; методами обоснования утверждений, которые относятся сугубо к интегралам от ФНП; навыками геометрических построений поверхностей и линий в трехмерных системах координат, в том числе с использованием пакетов компьютерных программ; опытом коллективной работы в группе и опытом экспертизы качества выполненных работ;	СР № 11, КДЗ № 7, коллоквиум № 4
8.Числовые и функциональные ряды. Элементы гармонического анализа	ОПК-1	определения ключевых понятий: ряд, сходимость или расходимость ряда, сумма сходящегося ряда, абсолютная и условная сходимости, область сходимости / расходимости функционального ряда, область равномерной сходимости, степенной ряд и его свойства, ряд Тейлора или Маклорена, тригонометрический ряд Фурье, интеграл Фурье; необходимый и набор достаточных признаков	исследовать практически сходимость числовых рядов с помощью необходимого и достаточных признаков; находить приближенное значение суммы числового ряда с наперёд заданной точностью; устанавливать область сходимости / расходимости	навыками доказательства утверждений и формулирования логической связи между ними; практическим навыком обосновывать любой результат исследования теоретическим фактом, на основании которого этот результат получен; элементами математической	СР № 12, КР № 3, КДЗ № 8, зачёт, курсовая работа

Этапы формирования компетенций (разделы, темы дисциплины)	Формируемая компетенция	Критерии и показатели оценивания компетенций			Формы контроля сформированности компетенций
		Знать:	Уметь:	Владеть:	
		сходимости / расходимости числовых рядов; признак Вейерштрасса равномерной сходимости; свойства степенных рядов и структуру их областей сходимости / расходимости; условия для представления функции рядом Тейлора; элементы гармонического анализа функций, проявляющегося через их представления тригонометрическим рядом Фурье или интегралом Фурье.	степенного ряда, в некоторых случаях находить его сумму; составить представление заданной ФОП в виде степенного ряда и уметь его использовать, например, в операции интегрирования функции; составить представление заданной ФОП в виде тригонометрического ряда Фурье или в виде интеграла Фурье и уметь использовать это представление для определения спектральных характеристик функции; провести сравнительный анализ условий представления функции различными рядами и сходимости этих рядов.	культуры, проявляющихся полными, четкими и лаконичными рассуждениями в теории и в решении задач; навыками самостоятельного разбора и систематизации теоретических фактов; широкими возможностями использовать компьютерные программы и математические пакеты для получения числовых и графических данных в работе над учебными и прикладными практическими заданиями.	

Шкала оценивания в рамках балльно-рейтинговой системы

«неудовлетворительно» – 60 баллов и менее;

«удовлетворительно» – 61-80 баллов

«хорошо» – 81-90 баллов

«отлично» – 91-100 баллов

4. Критерии и шкалы оценивания

1. Решение задач самостоятельной работы в аудитории

- 4 балла выставляется, если студент решил все рекомендованные задачи.
- балла выставляется, если студент решил не менее 80% рекомендованных задач.
- балла выставляется, если студент решил не менее 50% рекомендованных задач.
- 1 балл выставляется, если студент решил не менее 30% рекомендованных задач.
- 0-1 балл – если студент выполнил менее 30% задания.

2. Решение задач контрольной работы (аудиторной) или контрольного домашнего задания

- 10 баллов выставляется, если студент решил все рекомендованные задачи.
- 7-9 баллов выставляется, если студент решил не менее 80% рекомендованных задач.
- 4-6 баллов выставляется, если студент решил не менее 50% рекомендованных задач.
- 2-3- баллов выставляется, если студент решил не менее 30% рекомендованных задач.
- 0-1 балл – если студент выполнил менее 30% задания.

3. Коллоквиум

- 8-10 баллов выставляется, если студент ответил на все основные и некоторые (все) дополнительные вопросы.
- 5-7 баллов выставляется, если студент ответил на все основные вопросы, но опустил некоторые важные детали и/или не ответил ни на один дополнительный.
- 3-4 балла выставляется, если студент ответил на половину основных вопросов.
- 0-2 балла - если студент не ответил на вопросы или ответил частично.

5. Типовые контрольные задания и методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Контрольная работа по разделу 3 "Пределы и непрерывность ФОП" (0-й вариант)

Задача 1

Вычислите $\lim\limits_{x\to a} f(x)$, ответы проиллюстрируйте возможным локальным поведением графика функции $y = f(x)$ в окрестности точки $x = a$, опишите смысл иллюстрации:

1) $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left(\sqrt{x^2+4}-\sqrt{x^2-4x-1}\right)$; 2) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{3x+2}{3x-1}\right)^{2x}$;

3) $\lim\limits_{x\to 2}\left(\dfrac{x-1}{x^2-3}\right)^{\frac{1}{x^2-4}}$; 4) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2^{x+1}-2}{\ln(1+x+x^2)}$.

Задача 2

Сравните бесконечно малые функции при $x \to a$:

1) $\alpha(x) = \sin^2(x-2)$, $\beta(x) = \sqrt{6-x}-2$, $a = 2$;

2) $\alpha(x) = \left(2x^2 - x - 1\right)\sin x$, $\beta(x) = \cos x - \cos 1$, $a = 1$.

Задача 3

Даны две функции:

1) $y = f(x): \left[\begin{array}{l} y = x^2, \quad x \le 1 \\ y = 2, \quad 1 < x < 3 \\ y = x-1, \quad x > 3 \end{array}\right.$, 2) $y = \dfrac{x^3-1}{x-4}$.

Задание для функции 1): построить график и провести описание свойства непрерывности.

Задание для функции 2): провести исследование на непрерывность, построить график функции в окрестности каждой точки разрыва.

Задача 4

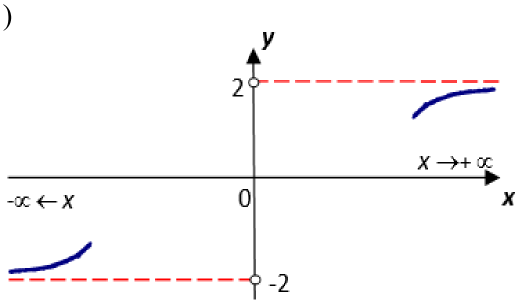
Используя строгое определение предела функции по Коши (на языке "$\varepsilon-\delta$"), докажите, что

$$\lim_{x\to 0}\frac{1}{e^x+1}=\frac{1}{2}.$$

Ответы к задачам* 0-го *варианта контрольной работы

Задача 1

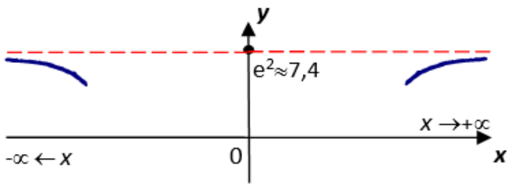
1)



$$\lim_{x\to\pm\infty}\left(\sqrt{x^2+4}-\sqrt{x^2-4x-1}\right)=\left[\begin{array}{ll}2,\text{если} & x\to+\infty\\ -2,\text{если} & x\to-\infty\end{array}\right.$$

значения функции $f(x)=\sqrt{x^2+4}-\sqrt{x^2-4x-1}$ становятся сколь угодно близкими к числу 2 при достаточно больших положительных значениях x и становятся сколь угодно близкими к числу -2 при достаточно больших по модулю отрицательных значениях x.

2)

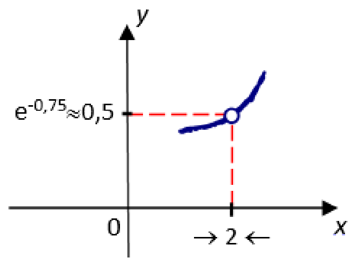


$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{3x+2}{3x-1}\right)^{2x}=e^2\approx 7,4;$$

значения функции $f(x)=\left(\frac{3x+2}{3x-1}\right)^{2x}$

становятся сколь угодно близкими к числу e^2, если значения аргумента x будут достаточно большими по модулю.

3)

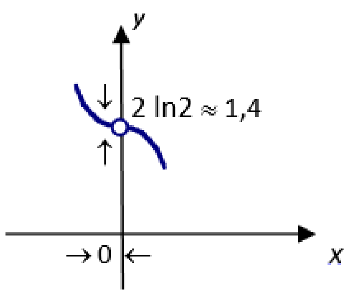


$$\lim_{x\to 2}\left(\frac{x-1}{x^2-3}\right)^{\frac{1}{x^2-4}}=e^{-\frac{3}{4}}\approx 0,5;$$

значения функции $f(x)=\left(\frac{x-1}{x^2-3}\right)^{\frac{1}{x^2-4}}$ сколь

угодно мало отличаются от числа $e^{-\frac{3}{4}}$ для

значений аргумента x, достаточно близких к числу 2 (но $x=2\notin ООФ\Rightarrow f(2)$ не существует).



$$\lim_{x\to 0}\frac{2^{x+1}-2}{\ln(1+x+x^2)}=2\ln 2\approx 1,4;$$

значения функции $f(x)=\dfrac{2^{x+1}-2}{\ln(1+x+x^2)}$ сколь

угодно мало отличаются от числа $2\ln 2$, если значения аргумента x будут достаточно близкими к числу 0 (но $x=0\notin ООФ\Rightarrow f(0)$ не существует).

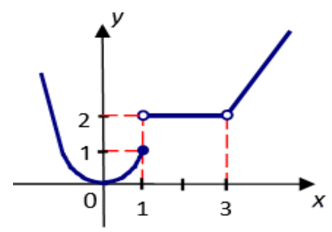
Задача 2

1) $\alpha(x)=o\left(\beta(x)\right)$ при $x\to 2$, то есть бесконечно малая функция $\alpha(x)$ имеет более высокий порядок малости по сравнению с бесконечно малой функцией $\beta(x)$ при $x\to 2$;

2) $\alpha(x)=O\left(\beta(x)\right)$ при $x\to 1$, то есть бесконечно малые функции $\alpha(x)$ и $\beta(x)$ при $x\to 1$ имеют одинаковый порядок малости.

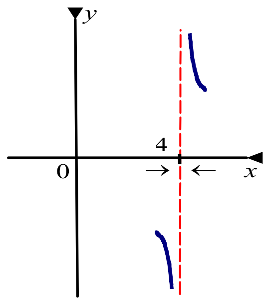
Задача 3

1)



Функция $y = f(x)$ является непрерывной при $\forall x \in (-\infty;1)$, $\forall x \in (1;3)$ и $\forall x \in (3;+\infty)$; при $x = 1$ функция имеет разрыв типа скачка, при $x = 3$ – разрыв типа выколотой точки.

2)



Функция $y = \dfrac{x^3 - 1}{x - 4}$ является непрерывной при $\forall x \in (-\infty;4)$ и при $\forall x \in (4;+\infty)$, имеет бесконечный разрыв в точке $x = 4$.

Задача 4

Данный предел является верным: $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1}{e^x + 1} = \dfrac{1}{2}$, так как выполняется определение по Коши конечного предела функции в конечной точке:

$$\forall\, 0 < \varepsilon < 0,5 \;\; \exists \;\; \delta(\varepsilon) = \ln\frac{\varepsilon + 0,5}{0,5 - \varepsilon} \;\; \Big/ \;\; \left|\frac{1}{e^x + 1} - \frac{1}{2}\right| < \varepsilon \quad \text{при } \forall x : 0 < |x| < \delta \quad .$$

Самостоятельная работа №7 (0-й вариант, раздел 4.1)

Задача 1

Найдите производные следующих функций:

1) $y = \dfrac{2^x + 3x}{\arccos x}$;

2) $y = \operatorname{tg}4x - \dfrac{2}{\sqrt{x}} + \ln(x^2 + 1)$;

3) $\varphi(x) = (\operatorname{ch}(x^2) - e^{-x} + 10)^4$;

4) $f(x) = \ln^3(e^x + \sqrt[3]{1 + e^{2x}})$.

Задача 2

Для функции $y = f(x): \begin{cases} x = \sin t \\ y = \cos t + t\sin t \end{cases}$ определите: y'_x, y''_x, $y'_x\big|_{t=\frac{\pi}{4}}$.

Задача 3

Для функции, заданной неявно уравнением $\sqrt{y} + x^2 y = 4x^3$, определите y'_x и x'_y.

Задача 4

Известно, что $y = \left(\dfrac{1}{x - 4}\right)^{\sqrt{x}}$. Найдите:

1) ООФ $y(x)$, 2) y'_x, 3) ООФ y'_x.

Ответы к заданиям 0-го варианта самостоятельной работы №3

Задача 1

1) $\dfrac{2^x+3x}{\sqrt{1-x^2}\arccos^2 x}+\dfrac{3+2^x\ln 2}{\arccos x}$;

2) $x^{-1,5}+\dfrac{2x}{1+x^2}+\dfrac{4}{\cos^2 4x}$;

3) $4\left(10-e^{-x}+\text{ch}x^2\right)^3\left(e^{-x}+2x\text{sh}x^2\right)$;

4) $$f(x)=\frac{3\left(e^x+2e^{2x}3\left(1+e^{2x}\right)^{-\frac{2}{3}}\right)\ln^2(e^x+\sqrt[3]{1+e^{2x}})}{e^x+\sqrt[3]{1+e^{2x}}}.$$

Задача 2

$y'_x=t,\ y''_{xx}=\dfrac{1}{\cos t},\ y'_x\big|_{t=\frac{\pi}{4}}=\dfrac{\pi}{4}$.

Задача 3

$y'_x=\dfrac{12x^2-2xy}{0,5y^{-0,5}+x^2},\quad x'_y=\dfrac{1}{y'_x}$.

Задача 4

1) ООФ $y(x)=\left(4;+\infty\right)$; 2) $y'_x=y(x)\left(0,5x^{-0,5}\ln\dfrac{1}{x-4}+x^{-0,5}(x-4)\right)$; 3) ООФ $y'_x=\left(4;+\infty\right)$.

Вопросы по разделам к экзаменам и зачёту

Разделы 1. «Основные структуры элементарной математики»

1 Числа и действия над ними.
2 Выражения и приемы их преобразований.
3 Равенства (тождества и уравнения).
4 Основные методы решения уравнений.
5 Неравенства относительно одной и двух неизвестных.
6 Основные свойства неравенств и методы их решений.
7 Системы уравнений или (и) неравенств.
8 Основные функции элементарной математики; последовательности, геометрическая и арифметическая прогрессия.

Раздел 2. «Введение в математический анализ»

1 Множества, способы задания, основные операции.
2 Множества действительных чисел (аксиоматическое определение) и его стандартные подмножества.
3 Расширенная числовая прямая, окрестности её точек.
4 Ограниченность множеств, точные верхние и нижние грани.
5 Множества точек на координатной прямой и на координатной плоскости.
6 Отображение множеств (функция), виды отображений, суперпозиции отображений.
7 Понятие мощности множества.
8 Счетные множества.
9 Числовые функции, способы задания, основные характеристики.
10 Обратная функция, условия её существования и процедура нахождения, классификации функций.
11 Основные элементарные функции и их свойства.
12 Гиперболические функции.
13 Свойства целых многочленов и рациональных дробей.
14 Комплексные числа в алгебраической, тригонометрической и показательной формах.
15 Арифметика комплексных чисел.
16 Множество точек на комплексной плоскости.
17 Свойства целых многочленов и решение простейших алгебраических уравнений на множестве комплексных чисел.

Раздел 3. "Предел и непрерывность функций одной переменной"

1 Определение числовой последовательности и ее предела. Сходящиеся и расходящиеся последовательности, примеры.
2 Основные свойства предела последовательности. Связь свойства ограниченности последовательности с ее пределом.
3 Определение и основные свойства бесконечно малых последовательностей.
4 Определение и основные свойства бесконечно больших последовательностей.
5 Теоремы о сходящихся последовательностях.
6 Теорема Вейерштрасса о пределе монотонной ограниченной последовательности. Определение числа e.
7 Определения предела функции по Гейне (на языке последовательностей), по Коши (на языке окрестностей), формальная запись на языке "$\varepsilon - \delta$".
8 Основные свойства функций, имеющих пределы: единственность предела, предел постоянной, переход к пределу в равенствах и неравенствах, предел зажатой функции, сохранение знака функцией, имеющей конечный предел.
9 Предел функции в точке по заданному множеству. Односторонние пределы функции в точке, их связь с обычным пределом в этой точке.
10 Определение бесконечно малых функций в точке $x = a$, их основные свойства. Теорема о связи функции, имеющей конечный предел, с этим пределом и бесконечно малой функцией (признак существования конечного предела функции в точке $x = a$).
11 Бесконечно большие функции в точке $x = a$, их основные свойства.
12 Понятие локально ограниченной / неограниченной функции в точке $x = a$, связь этих свойств функции с ее пределом в точке $x = a$. Предел локально ограниченной монотонной функции.
13 Теоремы о конечных пределах функции. Понятие о неопределенностях. Правила раскрытия основных неопределенностей.
14 Замечательные пределы. Примеры раскрытия неопределенности $\left[1^{\infty}\right]$.
15 Сравнение бесконечно малых функций. Порядок малости одной бесконечно малой функции относительно другой.
16 Принцип замены эквивалентных бесконечно малых функций. Основные соотношения эквивалентностей бесконечно малых функций.
17 Определение функции, непрерывной в точке x_0. Точки разрыва функции и их классификация.
18 Основные свойства функций, непрерывных в точке x_0.
19 Основные свойства функций, непрерывных на замкнутом промежутке.

Раздел 4. "Дифференциальное исчисление ФОП"

1 Определение производной, её механическая и геометрическая трактовки.
2 Связь непрерывности функции с её дифференцируемостью.
3 Основные правила дифференцирования: производные постоянной, суммы, произведения и дроби; производная сложной функции; производные обратной функции и функции, имеющей параметрическое задание; производная функции, заданной неявно; логарифмическое дифференцирование.
4 Таблица производных. Вывод производных основных элементарных функций.
5 Производные высших порядков. Физическая трактовка второй производной.
6 Определение касательной и нормали к плоской кривой, их уравнения.
7 Теоремы о средних значениях дифференцируемых функций. Доказательство теоремы Ферма и ее геометрическая трактовка.
8 Теоремы о средних значениях дифференцируемых функций. Доказательство теоремы Ролля. Следствие из теоремы Ролля.
9 Теоремы о средних значениях дифференцируемых функций. Доказательство теоремы Лагранжа и ее геометрическая трактовка. Формула Лагранжа для конечных приращений функции.
10 Теоремы о средних значениях дифференцируемых функций. Доказательство теоремы Коши. Связь теоремы Коши с теоремой Лагранжа.

11 Теорема Лопиталя: доказательство и обобщение на случай $x \to \infty$. Правило Лопиталя: формулировка, примеры.
12 Определение монотонно возрастающей (убывающей) функции. Признак монотонности дифференцируемой функции.
13 Определение локального экстремума функции. Необходимое условие локального экстремума и его недостаточность. Определение точки, подозрительной на экстремум. Первое достаточное условие для локального экстремума дифференцируемой функции.
14 Выпуклость, вогнутость, точки перегиба: определения, признак выпуклости или вогнутости графика дифференцируемой функции.
15 Необходимое условие для точки перегиба и его недостаточность. Определение точки, подозрительной на перегиб. Достаточное условие для точки перегиба.
16 Определение асимптоты линии. Нахождение вертикальных и наклонных (горизонтальных) асимптот графика функции.
17 Дифференциал функции: определение и основные свойства. Дифференциалы высших порядков.
18 Определение дифференциала функции и его приложения к приближенному вычислению значений функции и к нахождению погрешностей.
19 Формулы Тейлора и Маклорена.
20 Второе достаточное условие экстремума дважды дифференцируемой функции: формулировка, доказательство и примеры использования.
21 Вектор−функция скалярного аргумента, её дифференцирование.
22 Кривизна линии, центр кривизны, радиус кривизны, окружность кривизны. Эволюта и эвольвента.

Раздел 5. "Интегральное исчисление ФОП"

1 Первообразная функции и неопределенный интеграл: определения, основные свойства.
2 Таблица неопределенных интегралов. Примеры табличного интегрирования.
3 Замена переменной интегрирования. Описания простейших случаев линейной замены переменной интегрирования. Примеры.
4 Метод интегрирования по частям в неопределенном интеграле. Основные типы интегралов, которые эффективно находить с помощью формулы интегрирования по частям.
5 Рациональные дроби. Интегрирование простейших рациональных дробей. Алгоритм интегрирования любых рациональных дробей.
6 Неопределенные интегралы от некоторых тригонометрических и от некоторых иррациональных функций.
7 Определение определённого интеграла, его геометрическая и механическая трактовки, достаточные условия существования.
8 Теорема Барроу и следствия из нее.
9 Формула Ньютона-Лейбница: доказательство, примеры использования.
10 Основные свойства определенного интеграла. Доказательство свойств линейности, аддитивности, сравнения значений.
11 Основные свойства определенного интеграла. Вывод формул для оценки значения определенного интеграла.
12 Основные свойства определенного интеграла. Доказательство и геометрическая трактовка теоремы о среднем.
13 Формула интегрирования по частям и замена переменной интегрирования в определённом интеграле.
14 Вычисление площади фигуры с помощью определённого интеграла в декартовых и в полярных координатах.
15 Вычисление объёмов тел вращения с помощью определенного интеграла.
16 Общая методика приложений определенного интеграла (в двух формах).
17 Вычисление длины дуги плоской кривой. Дифференциал длины дуги.
18 Несобственные интегралы I рода: определения, геометрические трактовки, достаточные условия сходимости или расходимости.
19 Несобственные интегралы II рода: определения, геометрические трактовки, достаточные условия сходимости или расходимости.

20 Интегралы, зависящие от параметра: определение, примеры, основные свойства.

Раздел 6. «Дифференциальное исчисление ФНП. Элементы векторного анализа».

1 Определение функции нескольких переменных. Способы задания. Область определения. Графическое изображение функции двух переменных. Линии и поверхности уровня.
2 Предел и непрерывность функций нескольких переменных.
3 Частные приращения и частные производные функции нескольких переменных.
4 Полное приращение и полный дифференциал ФНП. Приложения полного дифференциала.
5 Производная сложной ФНП. Инвариантность формы полного дифференциала. Полная производная.
6 Производные функции, заданной неявно.
7 Формула Тейлора для функции двух переменных.
8 Экстремумы функции нескольких переменных.
9 Нахождение наибольшего и наименьшего значений ФНП в замкнутой ограниченной области.
10 Уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности.
11 Скалярное поле. Поверхности и линии уровня. Производная по направлению.
12 Градиент скалярного поля и его основные свойства.

Раздел 7. «Интегральное исчисление ФНП»

1 Двойной интеграл: определение, свойства, механическая и геометрическая трактовки.
2 Вычисление двойного интеграла в декартовых и в полярных координатах. Формула замены переменных в двойном интеграле.
3 Тройной интеграл: определение, свойства, механическая трактовка, вычисление в декартовых, в цилиндрических и в сферических координатах.
4 Приложения двойных и тройных интегралов к задачам геометрии и механики.
5 Криволинейные интегралы I рода: определение, основные свойства, вычисление, основные приложения.
6 Криволинейный интеграл II рода: определение, физическая трактовка, основные свойства, вычисление.
7 Формула Грина. Вычисление площади плоской фигуры с помощью криволинейного интеграла II рода.
8 Условия независимости криволинейного интеграла II рода от формы линии интегрирования.
9 Восстановление функции нескольких переменных по ее полному дифференциалу.
10 Поверхностные интегралы I рода: определение, основные свойства, вычисление, некоторые приложения.
11 Поверхностные интегралы II рода: определение, физическая трактовка, основные свойства, вычисление. Формулы Стокса и Остроградского-Гаусса.
12 Определение векторного поля. Векторные линии. Поток векторного поля через поверхность: определение, основные свойства, формулы для вычисления.
13 Дивергенция и ротор векторного поля: определения, основные свойства, формулы для вычисления. Формула Остроградского-Гаусса в векторной форме.
14 Векторный дифференциальный оператор Гамильтона. Дифференциальные векторные операции первого и второго порядков.
15 Работа и циркуляция векторного поля: определения, основные свойства циркуляции. Формула Стокса в векторной форме.
16 Потенциальные, соленоидальные и гармонические векторные поля: определения и основные свойства. Нахождение потенциала потенциального векторного поля.

Раздел 8. «Числовые и степенные ряды. Элементы гармонического анализа».

1 Числовые ряды: определение, сходимость, расходимость, необходимый признак сходимости.
2 Достаточные признаки сходимости знакоположительных рядов.
3 Достаточные признаки сходимости знакопеременных (знакочередующихся) рядов. Абсолютная и условная сходимости.
4 Основные свойства числовых рядов. Приближённые вычисления суммы числового ряда.
5 Функциональные ряды. Понятие о равномерной сходимости.
6 Степенные ряды: теорема Абеля, область сходимости, радиус сходимости.
7 Ряды Тейлора и Маклорена.

8 Разложение в ряды Маклорена некоторых элементарных функций.
9 Основные приложения степенных рядов.
10 Гармоники, тригонометрические ряды. Ряд Фурье для периодической функции с периодом $T = 2\pi$. Теорема Дирихле.
11 Ряды Фурье для чётных или нечётных функций, для функций с произвольным периодом и для функций, заданных на конечном промежутке.
12 Ряд Фурье в комплексной форме. Амплитудный и фазовый дискретные спектры периодической функции.
13 Интеграл Фурье. Преобразования Фурье. Амплитудно-частотные и фазо-частотные характеристики непериодической функции.

Курсовая работа

Список тем курсовой работы:

1. Обыкновенные дифференциальные уравнения в задачах о колебании тока в электрической цепи
2. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений в задачах моделирования взаимодействия популяций живых организмов
3. Обыкновенные дифференциальные уравнения в задачах о вытекании жидкости из сосуда
4. Дифференциальное исчисление вектор-функции скалярного аргумента
5. Математическое моделирование с использованием дифференциальной геометрии линий
6. Обыкновенные дифференциальные уравнения в задачах о распространении эпидемий
7. Обыкновенные дифференциальные уравнения в задачах о колебании механической системы
8. Обыкновенные дифференциальные уравнения в задачах о траектории светового луча в жидкостях
9. Интегралы, зависящие от параметра
10. Приложения интегрального исчисления в задачах физики
11. Обыкновенные дифференциальные уравнения в математических моделях боевых действий
12. Обыкновенные дифференциальные уравнения в законах Кеплера о движении планет
13. Методы решения экстремальных задач для функций нескольких переменных
14. Моделирование задач о колебании маятника с помощью обыкновенных дифференциальных уравнений
15. Дифференциальное и интегральное исчисление в задачах экономики
16. Приложения обыкновенных дифференциальных уравнений к решению геометрических задач
17. Элементы дифференциальной геометрии поверхностей
18. Моделирование некоторых процессов загрязнения окружающей среды